

Estimación en tiempo real de los parámetros del estator de un motor de inducción usando solamente medidas eléctricas

Aurelio García Cerrada y Juan Luis Zamora

E.T.S. de Ingeniería (ICAI). Universidad Pontificia Comillas

c/ Alberto Aguilera 23. 28015, Madrid.

Tel.: (91) 542 28 00 Fax: (91) 542 31 76

e-mail: aurelio@iit.upco.es, zamora@iit.upco.es

Resumen

En este trabajo se aborda la estimación de los parámetros del estator del motor de inducción (resistencia del estator, inductancia del estator e inductancia de dispersión) sin emplear la velocidad ni la resistencia del rotor. La estimación se realiza en tiempo real a partir de la medida de las tensiones y las corrientes de línea. Las prestaciones de los algoritmos de estimación propuestos se comprueban mediante ensayos en un motor comercial de 15 kW.

Lista de símbolos

$\vec{v}_s, \vec{i}_s$	Vectores espaciales de la tensión y la corriente del estator en un sistema de referencia fijo.
ω_R, ω	Velocidad del rotor y pulsación de alimentación, respectivamente.
R_S, R_R	Resistencias del estator y rotor.
L_M	Inductancia magnetizante.
L_S, L_R	Inductancias del estator y rotor.
σL_S	Inductancia de dispersión
$\sigma = 1 - L_M^2 / (L_S L_R)$	

1. Introducción

Las prestaciones dinámicas del control en coordenadas del campo de un motor de inducción dependen estrechamente de la precisión con la que se conozcan los parámetros de su modelo electromagnético (resistencias e inductancias). Un error en estos parámetros produce una incorrecta orientación del campo y por lo tanto un acoplamiento indeseable entre las dinámicas del flujo y del par. Aunque se conozca a priori el valor de los parámetros se pueden producir variaciones significativas de éstos durante el funcionamiento normal del accionamiento que conviene compensar en tiempo real.

Por otra parte, en la literatura se han propuesto varios algoritmos para estimar la velocidad (control directo) [1] o la resistencia del rotor (control indirecto) [2] a partir de un modelo electromagnético del motor y medidas eléctricas. Se puede mejorar la robustez de estos algoritmos de estimación si se compensan en tiempo real la variaciones en el resto de parámetros del modelo. Esto justifica el interés por estimar estos parámetros de forma independiente de la velocidad y de la resistencia del rotor.

En este artículo se analiza en primer lugar la identificabilidad de los diferentes parámetros (resistencia del estator, inductancia del estator e inductancia de dispersión) si se prescinde de la velocidad y de la resistencia del rotor (Sección 2). A continuación se propone un algoritmo de estimación para cada parámetro a partir de la medida de las tensiones y las corrientes de línea del motor y una estrategia de estimación conjunta basada en la alternancia de estos algoritmos en función del punto de operación (Sección 3). En todos los casos se han estudiado las sensibilidades de las estimaciones con respecto a errores en las medidas y en los parámetros considerados conocidos (Sección 4). Finalmente, en la Sección 5 se comprueban las prestaciones de los algoritmos de estimación propuestos con datos experimentales procedentes de un motor comercial de 15 kW cuyas características se recogen en el Apéndice A.

2. Identificabilidad de los parámetros

Los parámetros del motor y las magnitudes eléctricas del estator pueden relacionarse a partir de la admitancia del motor particularizada para el armónico fundamental en régimen permanente:

$$\vec{Y}_s = \frac{\vec{i}_s}{\vec{v}_s} = \frac{R_R + jL_R(\omega - \omega_R)}{R_R(R_S + jL_S\omega) + jL_R(\omega - \omega_R)(R_S + j\sigma L_S\omega)} \quad (1)$$

A partir de (1), se obtiene:

$$R_R \vec{Z}_1 = jL_R(\omega - \omega_R) \vec{Z}_2 \quad (2)$$

donde:

$$\vec{Z}_1 = (R_S + jL_S\omega) - \vec{Z}_s \quad (3a)$$

$$\vec{Z}_2 = (R_S + j\sigma L_S\omega) - \vec{Z}_s \quad (3b)$$

$\vec{Z}_s = 1/\vec{Y}_s$ es la impedancia del motor vista desde el estator, que puede calcularse a partir de la medida de las tensiones y corrientes de línea. Según (2), $\vec{Z}_1$ y $\vec{Z}_2$ son dos vectores ortogonales y pueden calcularse independientemente de R_R y ω_R . Los parámetros del motor que intervienen en el cálculo de $\vec{Z}_1$ y $\vec{Z}_2$ podrían ajustarse buscando la ortogonalidad de estos vectores, siempre que los errores en los parámetros influyan significativamente en el ángulo que forman. Por lo tanto, lo primero es evaluar las

sensibilidades del ángulo que forman estos dos vectores con respecto a los parámetros. Así, suponiendo que θ es un parámetro cualquiera y que $\vec{Z}_1 = Z_1 e^{j\alpha_1}$ y $\vec{Z}_2 = Z_2 e^{j\alpha_2}$, estas sensibilidades se pueden calcular mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\partial(\alpha_1 - \alpha_2)}{\partial\theta} \theta = \frac{\partial\alpha_1}{\partial\theta} \theta - \frac{\partial\alpha_2}{\partial\theta} \theta = \text{Im} \left\{ \frac{\partial \vec{Z}_1}{\partial\theta} \frac{\theta}{\vec{Z}_1} \right\} - \text{Im} \left\{ \frac{\partial \vec{Z}_2}{\partial\theta} \frac{\theta}{\vec{Z}_2} \right\} \quad (4)$$

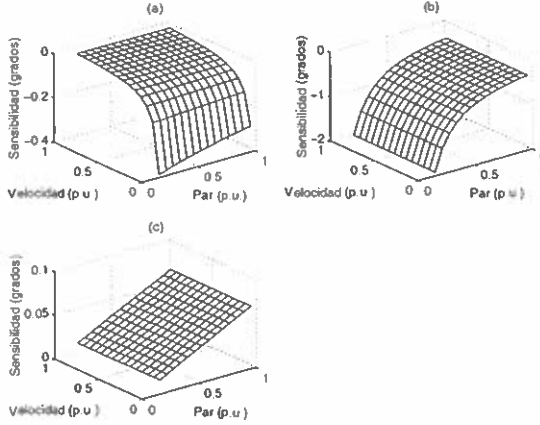


Fig. 1: Sensibilidades del ángulo entre $\vec{Z}_1$ y $\vec{Z}_2$ con respecto a los parámetros: (a) R_s , (b) L_s y (c) σL_s .

En la Figura 1 se representan gráficamente estas sensibilidades como la variación en grados del ángulo que forman las impedancias $\vec{Z}_1$ y $\vec{Z}_2$ cuando el parámetro correspondiente varía un 1%. Se deduce que el parámetro más influyente es L_s , especialmente con par bajo. La influencia de R_s es escasa salvo a baja velocidad, independientemente del valor del par. Por último, la influencia de σL_s , aunque poco relevante en cualquier caso, crece proporcionalmente con el par.

3. Estimación de los parámetros

A partir del análisis de identificabilidad (Sección 2), se concluye que la región de operación del motor puede dividirse en tres zonas, cada una adecuada para la estimación de un parámetro distinto. Así, R_s se puede estimar para velocidad baja y par alto, L_s si el par es bajo y σL_s si el par y la velocidad son altos. De esta forma, se puede alternar la estimación de cada parámetro en función del punto de operación.

Para estimar cada uno de los parámetros del estator se utiliza el siguiente modelo dinámico del motor de inducción, empleado en [1] para estimar la velocidad:

$$\vec{v}_1 + \frac{R_R}{L_R} \int \vec{v}_2 dt = j\omega_r \int \vec{v}_1 dt \quad (5)$$

siendo:

$$\vec{v}_1 = \frac{L_M}{L_R} \frac{d\vec{\psi}_R}{dt} = \vec{v}_s - R_s \vec{i}_s - \sigma L_s \frac{d\vec{i}_s}{dt} \quad (6a)$$

$$\vec{v}_2 = \frac{L_M}{L_R} \vec{\psi}_R + (1 - \sigma) L_s \vec{i}_s = \vec{v}_s - R_s \vec{i}_s - L_s \frac{d\vec{i}_s}{dt} \quad (6b)$$

En [3] se demuestra que si la variación de la magnitud del flujo del rotor es despreciable, se cumple:

$$\vec{v}_1 = j\omega \int \vec{v}_1 dt \quad (7)$$

y por lo tanto, según (5), los vectores $\vec{v}_1$, $j \int \vec{v}_1 dt$ y $\int \vec{v}_2 dt$ son colineales independientemente del valor de R_R . De esta forma, es posible plantear la estimación de alguno de los parámetros del estator a partir de la colinealidad entre $j \int \vec{v}_1 dt$ y $\int \vec{v}_2 dt$. Si estos vectores son colineales, su producto vectorial debe valer 0. Así:

$$\text{Re} \left\{ \int \vec{v}_1 dt \int \vec{v}_2^* dt \right\} = 0 \quad (8)$$

Desarrollando esta expresión, resulta:

$$\left| \int \vec{v}_s dt \right|^2 + R_s^2 \left| \int \vec{i}_s dt \right|^2 - 2R_s \text{Re} \left\{ \int \vec{v}_s dt \int \vec{i}_s^* dt \right\} - (1 + \sigma) L_s \text{Re} \left\{ \vec{i}_s^* \int \vec{v}_s dt \right\} + \sigma L_s^2 \vec{i}_s^2 = 0 \quad (9)$$

La ecuación (9) requiere emplear un filtro en variables de estado para el cálculo de derivadas e integrales [3]. A partir de la ecuación (9), se puede plantear el cálculo de cualquiera de los tres parámetros que intervienen en la misma: R_s , L_s y σL_s . Este cálculo puede promediarse mediante diferentes procedimientos (media móvil, mínimos cuadrados ordinarios o mínimos cuadrados totales) a partir de un modelo de regresión lineal de la forma:

$$y = u\theta \quad (10)$$

donde θ es el parámetro que se desea estimar, y u e y representan el regresor y la salida, respectivamente. El algoritmo de estimación puede completarse con el coeficiente de correlación propuesto en [1] que permite decidir cuando la estimación es buena y debe actualizarse (coeficiente de correlación aproximadamente igual a 1).

3.1. Estimación de R_s

La ecuación (10) se puede obtener en este caso resolviendo una ecuación de segundo grado en R_s (ecuación (9)):

$$aR_s^2 + bR_s + c = 0 \quad (11)$$

con lo que resulta:

$$y = -b - \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (12a)$$

$$u = 2a \quad (12b)$$

siendo:

$$a = \left| \int \vec{i}_s dt \right|^2 \quad (13a)$$

$$b = -2 \text{Re} \left\{ \int \vec{v}_s dt \int \vec{i}_s^* dt \right\} \quad (13b)$$

$$c = \left| \int \vec{v}_s dt \right|^2 - (1 + \sigma) L_s \text{Re} \left\{ \vec{i}_s^* \int \vec{v}_s dt \right\} + \sigma L_s^2 \vec{i}_s^2 \quad (13c)$$

3.2. Estimación de L_s

En este caso, la salida y el regresor son:

$$y = \left| \int \vec{v}_s dt \right|^2 + R_s^2 \left| \int \vec{i}_s dt \right|^2 - 2R_s \text{Re} \left\{ \int \vec{v}_s dt \int \vec{i}_s^* dt \right\} - \sigma L_s \text{Re} \left\{ \vec{i}_s^* \int \vec{v}_s dt \right\} \quad (14a)$$

$$u = -\sigma L_s \vec{i}_s^2 + \text{Re} \left\{ \vec{i}_s^* \int \vec{v}_s dt \right\} \quad (14b)$$

3.3. Estimación de σL_S

En este último caso, la salida y el regresor resultan:

$$y = \left| \int \tilde{v}_s dt \right|^2 + R_S^2 \left| \int \tilde{i}_s dt \right|^2 - 2R_S \operatorname{Re} \left\{ \int \tilde{v}_s dt \int \tilde{i}_s^* dt \right\} - L_S \operatorname{Re} \left\{ \tilde{i}_s^* \int \tilde{v}_s dt \right\} \quad (15a)$$

$$u = -L_S \tilde{i}_s^2 + \operatorname{Re} \left\{ \tilde{i}_s^* \int \tilde{v}_s dt \right\} \quad (15b)$$

4. Sensibilidades de la estimación de los parámetros del motor

Todos los parámetros del motor no pueden estimarse simultáneamente. Como la estimación de cada uno de ellos se hace a partir de un modelo electromagnético del motor, es conveniente estudiar cómo influyen los errores en los parámetros que se consideran conocidos y en las medidas eléctricas requeridas. Para evaluar esta influencia también puede emplearse el cálculo de sensibilidades [3].

4.1. Sensibilidades con respecto a los parámetros

En la Figuras 2, 3 y 4 se representan las sensibilidades de la estimación de R_S , L_S y σL_S , respectivamente, con respecto a los parámetros considerados conocidos en función del punto de operación. Estas sensibilidades se pueden interpretar como el error porcentual en la estimación producido por un error del 1% en el parámetro conocido.

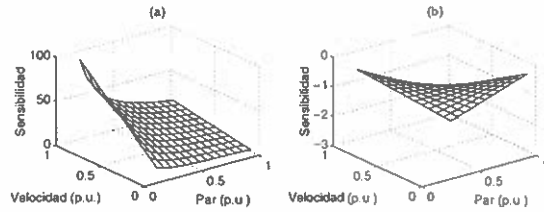


Fig. 2: Sensibilidades de la estimación de la resistencia del estator con respecto a (a) L_S y (b) σL_S .

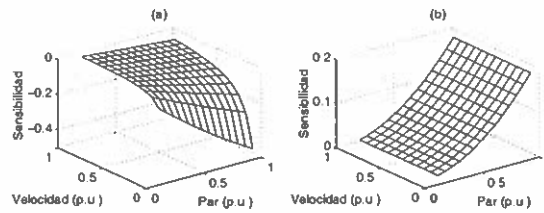


Fig. 3: Sensibilidades de la estimación de la inductancia del estator con respecto a (a) R_S y (b) σL_S .

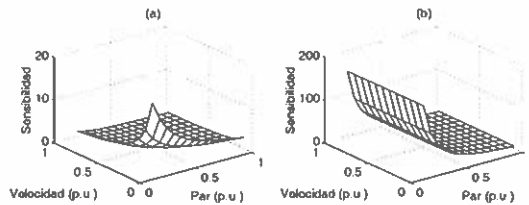


Fig. 4: Sensibilidades de la estimación de la inductancia de dispersión con respecto a (a) R_S y (b) L_S .

En la Figura 2 se observa que la estimación R_S resulta muy sensible a errores en L_S excepto para valores muy bajos de la velocidad y elevados del par. La influencia de σL_S no es tan crítica, aumentando ligeramente para un valor alto del par y de la velocidad. A partir de la Figura 3 se concluye

que la influencia de R_S y σL_S en la estimación de L_S resulta poco relevante, siendo escasa para valores bajos del par. Finalmente, en la Figura 4 se ve que la estimación de σL_S es crítica frente a un error en L_S para un valor bajo del par.

4.2. Sensibilidades con respecto a las medidas

Las sensibilidades de la estimación de R_S , L_S y σL_S con respecto a las medidas se representan en las Figuras 5, 6 y 7 en función del punto de operación. Estas sensibilidades se pueden interpretar como el error porcentual en la estimación ocasionado por un error del 1% del valor en la magnitud de la tensión (gráfica (a)) o de la corriente (gráfica (c)), o por un error de 1 grado en la fase de la tensión (gráfica (b)) o de la corriente (gráfica (d)).

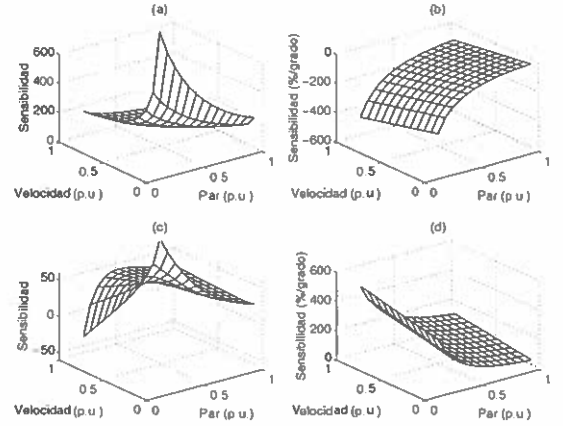


Fig. 5: Sensibilidades de R_S con respecto a errores en (a) v_s , (b) $\angle \tilde{v}_s$, (c) i_s y (d) $\angle \tilde{i}_s$.

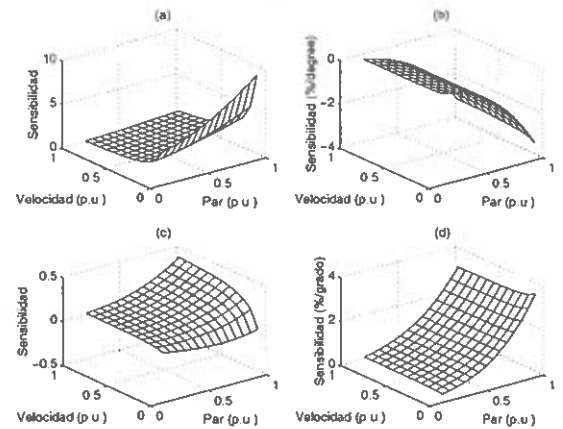


Fig. 6: Sensibilidades de L_S con respecto a errores en (a) v_s , (b) $\angle \tilde{v}_s$, (c) i_s y (d) $\angle \tilde{i}_s$.

A partir de la Figura 5 se deduce que la estimación de R_S resulta problemática ante un error en la medida de v_s para valores bajos del par y de la velocidad. Como cabría esperar (la estimación depende de la impedancia), las sensibilidades a los errores en las fases de $\tilde{v}_s$ e $\tilde{i}_s$ resultan de igual magnitud y signo contrario, aumentando a medida que disminuye el par. A partir de la Figura 6 se deduce que la estimación de L_S no es demasiado sensible a errores en las medidas. No obstante, pueden tener importancia el error en la magnitud de $\tilde{v}_s$ cuando la velocidad disminuye, especialmente si la carga es alta, y el error en el ángulo entre $\tilde{v}_s$ e $\tilde{i}_s$ cuando la carga se aproxima al valor nominal.

Finalmente, a partir de la Figura 7 se deduce que la estimación de σL_S resulta problemática para todos los errores considerados con un valor bajo de la carga. Cuando el par aumenta, el error más importante es el correspondiente al ángulo entre $\vec{v}_s$ e $\vec{i}_s$.

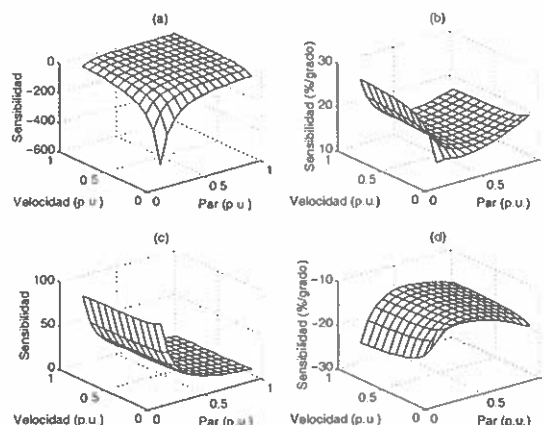


Fig. 7: Sensibilidades de σL_S con respecto a errores en (a) v_s , (b) L_S , (c) i_s y (d) L_S .

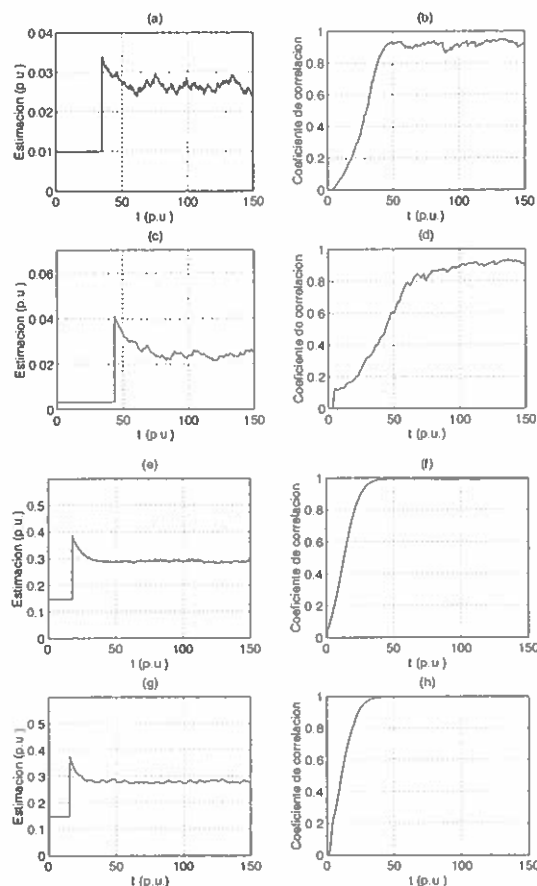


Fig. 8: (a) y (b) estimación de σL_S y coeficiente de correlación con par y frecuencia nominales, (c) y (d) estimación de R_S y coeficiente de correlación con par nominal y 25% de la frecuencia nominal, (e) y (f) estimación de L_S y coeficiente de correlación con 25% del par nominal y frecuencia nominal, y (g) y (h) estimación de L_S y coeficiente de correlación con 25% del par y de la frecuencia nominales.

5. Resultados

Los algoritmos propuestos en la Sección 3 se han aplicado con resultados satisfactorios a cuatro puntos de operación diferentes en régimen permanente usando datos experimentales. La Figura 8 muestra la estimación del parámetro más apropiado según el punto de operación (para carga baja L_S , y para carga alta R_S , si la frecuencia es baja, o σL_S , si la frecuencia es alta) y el coeficiente de correlación en cada caso. La unidad de tiempo es un ciclo de frecuencia fundamental (20 ms).

6. Conclusiones

La estimación de L_S , σL_S y R_S se puede plantear, aunque no simultáneamente, en régimen permanente, prescindiendo de la medida de la velocidad e independientemente de la resistencia del rotor. L_S se estima con similar precisión para cualquier velocidad, aunque la precisión mejora si el par es bajo. La estimación de R_S sólo es posible a velocidad suficientemente baja y valor alto del par. σL_S sólo se puede estimar con cierta precisión si los valores de la velocidad y del par son altos.

7. Agradecimientos

Agradecer la financiación parcial de este trabajo por la DGICYT a través del proyecto número PB91-0216-C02-00 y de la Comunidad Autónoma de Madrid a través de una beca de formación de personal investigador concedida a J.L. Zamora para la realización de su tesis doctoral.

Referencias

- [1] J. L. Zamora, A. García-Cerrada, A. Zazo. "Rotor-Speed Estimator for Induction Motors Using Voltage and Current Measurements". *Control Engineering Practice*. Vol. 6, n, 3, pp. 369-383. Junio 1998
- [2] A. García Cerrada, J. L. Zamora. "On-line Rotor-Resistance Estimation for Induction Motors". *EPE'97*. Trondheim (Noruega), 1997. Vol. 1
- [3] J. L. Zamora. *Estimación en Tiempo Real de Parámetros y Variables de Estado en un Motor de Inducción*. Tesis doctoral, Universidad Pontificia Comillas, Madrid, 1997.

Apéndice A

Magnitudes base:

V_B	Tensión nominal de las fases del estator.
I_B	Intensidad nominal de las fases del estator.
f_B	Frecuencia nominal de alimentación
$S_B = V_B I_B$	Potencia base
$Z_B = V_B / I_B$	Impedancia base
$\omega_B = f_B$	Pulsación eléctrica base

Características del motor empleado:

P_{nom} (kW)	15	V_{nom} (V)	220
I_{nom} (A)	32	L_R (p.u.)	0.299
L_S (p.u.)	0.297	R_S (p.u.)	0.0323
R_R (p.u.)	0.0255	L_M (p.u.)	0.288
σ	0.067		